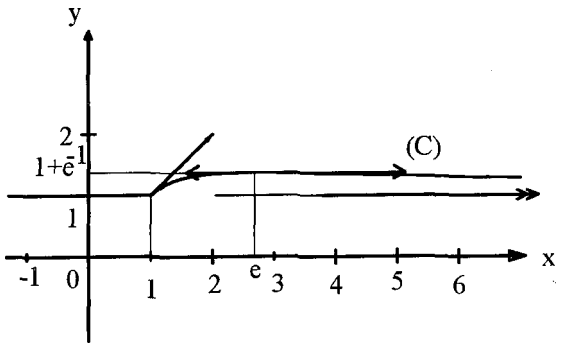
x	$-\infty$		1		e		$+\infty$
f'(x)	0	.....	0 ‖ 1	+	0	−	
f(x)	1	⟶⟶	1	↗	$1+e^{-1}$	↘	1

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[1+\frac{Logx}{x}\right] = 1$

⇒ la droite d'équation $y = 1$ est une asymptote horizontale à la courbe de f au voisinage $+\infty$.



b- Soit A, en unité d'aire , l'aire de la partie considérée.

$$\Rightarrow A = \int_1^e (f(x)-1)dx = \int_1^e \left(1+\frac{Logx}{x}-1\right)dx$$

$$= \int_1^e (Logx)' Logx\, dx = \left[\frac{1}{2}(Logx)^2\right]_1^e = \frac{1}{2}.$$

3)a- $\varphi(x) = \int_1^x tf(t)dt$

• Si $x \le 1$ on a $\forall t \in [x,1]; f(t) = 1$

Donc $\varphi(x) = \int_1^x tf(t)dt = \int_1^x tdt = \left[\frac{1}{2}t^2\right]_1^x = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$.

• Si $x \ge 1$ on a $\forall t \in [1;x]; f(t) = \frac{t+Logt}{t}$.

Donc $\varphi(x) = \int_1^x tf(t)dt = \int_1^x (t+Logt)dt$

$$= \left[\frac{1}{2}t^2\right]_1^x + \int_1^x Logtdt \quad \left(\begin{array}{ccc} u'(t)=1 & \Rightarrow & u(t)=t \\ v(t)=Logt & \Rightarrow & v'(t)=\frac{1}{t} \end{array}\right)$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} + [tLogt]_1^x - \int_1^x dt$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} + xLogx - x + 1 = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} + xLogx$$